

$$\tan (1+\sin a)+\sin a / \tan (1+\sin a)-\sin a=\tan a+\sin a / \tan a \sin a$$

$$\left[\tan (1+\sin a)+\sin a\right] /\left[\tan (1+\sin a)-\sin a\right]=(\tan a+\sin a) / \tan a \sin a$$

答案:

$$\text{左边}=[\tan a+\tan a \cdot \sin a+\sin a] /[\tan a+\tan a \cdot \sin a-\sin a]$$

$$=[1+\sin a+\cos a] / [1+\sin a-\cos a]$$

$$=[1+\sin a+\cos a]^2 / [(1+\sin a)^2-\cos ^2 a]$$

$$=[1+1+2 \sin a+2 \cos a+2 \sin a \cos a] / [2 \sin ^2 a+2 \sin a]$$

$$=[(1+\sin a)+(\cos a+\sin a \cos a)] / \sin a(\sin a+1)$$

$$=1 / \sin a+\cos a / \sin a$$

$$=(1+\cos a) / \sin a$$

$$=(\tan a+\sin a) / \tan a \sin a=\text{右边}$$

这里有假定 $\tan a \neq 0, 1+\sin a+\cos a \neq 0$ .

当 $\tan a=0$ 时 $a=n\pi$ , 左式分母为0, 无意义, 因此 $\tan a \neq 0$

当 $\sin a+\cos a=-1$ , 两边平方,  $\sin 2a=0$ ,  $a=n\pi/2$ ,  $n$ 为偶数时,  $\tan a=0$ , 无意义,  $n$ 为奇数

$n=2k+1$ , 因此 $a=(k+1/2)\pi$ , 此时左边分子分母均无穷大, 无意义, 因此 $1+\sin a+\cos a \neq 0$

所以, 左边=右边, 成立。