

1、 已知 $f(x)=x^2-2x+1$, $g(x)$ 是一个一次函数, 且 $f[g(x)]=4x^2$ 的平方, 求 $g(x)$ 的解析式。

2、化简求值: 已知 $\log_3 2=a$, $3^b=5$, 试用 a, b 表示 $\log_3 10$

3、已知函数 $f(x)$ 是定义域在 R 上的偶函数, 当 $x \geq 0$ 时, $f(x) = -x^2 + 4x$ 。求 (1) $f(x)$ 的解析式 (2) 指出函数的单调递增和递减区间 (3) 求 $f(x)$ 的最大最小值。

2、 答案

1、 已知 $f(x)=x^2-2x+1=(x-1)^2$

$$f[g(x)]=[g(x)-1]^2=4x^2$$

$$\text{所以 } g(x)-1=\pm 2x$$

$$\text{故 } g(x)=1\pm 2x$$

2、 已知 $\log_3 2=a$

$$\text{又 } 3^b=5 \quad \text{则 } b=\log_3 5$$

$$\log_3 10 = 1/\log_3 10 = 1/[\log_3 (2 \cdot 5)]$$

$$= 1/[\log_3 2 + \log_3 5]$$

$$= 1/(a+b)$$

3. (1) 偶函数 $f(-x)=f(x)$

$$x < 0 \text{ 时 } f(x) = f(-x) = -(-x)^2 + 4(-x) = -x^2 - 4x$$

$$\text{所以解析式为 } f(x) = \begin{cases} -x^2 - 4x & (x < 0) \\ -x^2 + 4x & (x \geq 0) \end{cases}$$

$$(2) f(x) = \begin{cases} -(x+2)^2 + 4 & (x < 0) \\ -(x-2)^2 + 4 & (x \geq 0) \end{cases}$$

$$= \begin{cases} -(x+2)^2 + 4 & (x < 0) \\ -(x-2)^2 + 4 & (x \geq 0) \end{cases}$$

$$x < -2 \text{ 时 } \quad \text{单增}$$

$$-2 \leq x < 0 \text{ 时 } \quad \text{单减}$$

$$0 \leq x < 2 \text{ 时 } \quad \text{单增}$$

$$x \geq 2 \text{ 时, 单减}$$

(3) 由(2) 知

$$\text{① } x < -2 \text{ 时 } \quad \text{单增} \quad -2 \leq x < 0 \text{ 时 } \quad \text{单减}$$

$$\text{所以 } x = -2 \text{ 时, } f(x) \text{ 最大} = 4$$

$$\text{② } -2 \leq x < 0 \text{ 时 } \quad \text{单减} \quad 0 < x \leq 2 \text{ 时 } \quad \text{单增}$$

$$\text{所以 } x = 0 \text{ 时, } f(x) \text{ 最小} = 0$$

$$\text{③ } 0 \leq x < 2 \text{ 时 } \quad \text{单增} \quad x \geq 2 \text{ 时, 单减}$$

$$\text{所以 } x = 2 \text{ 时, } f(x) \text{ 最大} = 4$$

$$\text{综上: } f(x) \text{ 最大值为 } 4, \text{ 最小值为 } 0$$

3、