

吉安县三中 2015-2016 学年上学期高一年级 12 月月考数学试题

命题人：王欣 时间：120 分钟 满分：150 分

一、选择题（本大题共 12 小题，每小题 5 分，共 60 分。在每小题给出的四个选项中，只有一个选项是符合题目要求的）

1. $\sin\left(-\frac{19}{6}\pi\right) = \underline{\hspace{2cm}}$

- A. $\frac{1}{2}$ B. $-\frac{1}{2}$ C. $\frac{\sqrt{3}}{2}$ D. $-\frac{\sqrt{3}}{2}$

2. 化简 $\frac{\sqrt{1-\sin^2\alpha}}{\cos\alpha} + \frac{\sin\alpha}{\sqrt{1-\cos^2\alpha}} = \underline{\hspace{2cm}}$ (α 为第二象限的角)

- A. 2 B. 0 C. -2 D. 1

3. 映射 $f:(x, y) \rightarrow (x+y, x \cdot y)$ ，则点 (3, 2) 的象是

- A. (1, 2) B. (2, 1) C. (5, 6) D. (1, 2) 或 (2, 1)

4. 集合 $M = \{y | y = x+1, x \in R\}$, $N = \{y | y = 2^x, x \in R\}$ ，则 $M \cap N = (\quad)$

- A. $\{1, 2\}$ B. $\{0, 1\}$ C. $\{(0, 1), (1, 2)\}$ D. $(0, +\infty)$

5. 已知 $x+x^{-1}=3(x \in R)$ ，则 $x^{\frac{1}{2}}-x^{-\frac{1}{2}} = (\quad)$

- A. 1 B. $\sqrt{5}$ C. $\pm\sqrt{5}$ D. ± 1

6. 已知函数 $f(x) = \sin(2\omega x - \frac{\pi}{6})$ ($\omega > 0$) 的最小正周期为 π ，则函数 $f(x)$ 的图像的一条对称轴方程是 ()

- A. $x = \frac{\pi}{12}$ B. $x = \frac{\pi}{6}$ C. $x = \frac{5\pi}{12}$ D. $x = \frac{\pi}{3}$

7. 半径为 10cm，面积为 100cm^2 的扇形中，弧形所对的圆心角为 ()

- A. 2π B. 2° C. 2 D. 10

8. 若函数 $f(x) = \sin\left(\frac{x+\varphi}{3}\right)$ ($\varphi \in [0, 2\pi]$) 是偶函数，则 $\varphi = (\quad)$

- A. $\frac{\pi}{2}$ B. $\frac{2}{3}\pi$ C. $\frac{3}{2}\pi$ D. $\frac{5}{3}\pi$

9. 将函数 $f(x) = 3\sin(2x+\theta)$ ($-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}$) 的图象向右平移 φ ($\varphi > 0$) 个单位长度后得到函数 $g(x)$ 的

图象， $f(x), g(x)$ 的图象都经过点 $P(0, \frac{3\sqrt{2}}{2})$ ，则 φ 的值不可能是 ()

- A. $\frac{3\pi}{4}$ B. π C. $\frac{5\pi}{4}$ D. $\frac{7\pi}{4}$

10. 设 $f(x)$ 是定义在 R 上的奇函数，且当 $x \geq 0$ 时， $f(x) = x^2$ ，若对任意的 $x \in [t, t+2]$ ，不等式 $f(x+t) \geq 2f(x)$ 恒成立，则实数 t 的取值范围是 ()

- A. $[\sqrt{2}, +\infty)$ B. $[2, +\infty)$ C. $(0, 2]$ D. $[-\sqrt{2}, -1] \cup [\sqrt{2}, \sqrt{3}]$

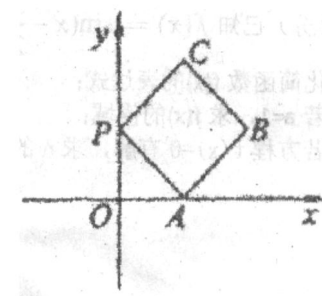
11. 已知 $f(x) = (x-2)|x+1|$ 若关于 x 的方程 $f(x) = x+t$ 有三个不同的实数解，则实数 t 的取值范围是 ()

- A. $(-3, 1)$ B. $[-3, 2)$ C. $(-1, 1]$ D. $(-1, 2)$

12. 如图放置的边长为 1 的正方形 PABC 沿 x 轴滚动（说明：“正方形 PABC 沿 x 轴滚动”包括沿 x 轴正方向和沿 x 轴负方向滚动。沿 x 轴正方向滚动指的是先以顶点 A 为中心顺时针旋转，当顶点 B 落在 x 轴上时，再以顶点 B 为中心顺时针旋转，如此继续。类似地，正方形 PABC 可以沿 x 轴负方向滚动。向右为顺时针，向左为逆时针）。设顶点 $P(x, y)$ 的运动图像对应的函数是 $y = f(x)$ ，则关于 $f(x)$ 的最

小正周期 T 及 $y = f(x)$ 在其两个相邻零点间的图象与 x 轴所围区域的面积 S 的正确结论是

- A. $T = 4, S = \pi + 1$ B. $T = 2\pi, S = 2\pi + 1$
C. $T = 4, S = 2\pi + 1$ D. $T = 2\pi, S = \pi + 1$



二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 5 分，共 20 分）

13. $\log_{2.5}^{6.25} + \lg \frac{1}{100} + \ln \sqrt{e} + 2^{1+\log_2^3} = \underline{\hspace{2cm}}$

14. 函数 $f(x) = \sqrt{1-2\cos x}$ 的定义域为 $\underline{\hspace{2cm}}$

15. 函数 $f(x) = \sin x + 2|\sin x|$, $x \in [0, 2\pi]$ 的图象与直线 $y = k$ 有且仅有两个不同的交点, 则实数 k 的取值范围是_____

16. 设函数 $f(x) = x|x| + bx + c$, 给出下列四个命题

- (1) 当 $c = 0$, $y = f(x)$ 是奇函数;
- (2) 当 $b = 0, c > 0$ 时, 方程 $f(x) = 0$ 只有一个实根;
- (3) 函数 $y = f(x)$ 的图像关于点 $(0, c)$ 对称;
- (4) 方程 $f(x) = 0$ 至多有两个实根, 其中正确的命题为: _____

三、解答题 (本大题共 6 个小题, 共 70 分。解答应写出必要的文字说明、证明过程及演算步骤)

17. (10 分) 设全集 $U = R$, 集合 $A = \{x | x^2 - 2x - 3 < 0\}$, $B = \{x | 0 < x \leq 4\}$, $C = \{x | a < x < a + 1\}$.

- (I) 求 $A \cup B$, $(C_U A) \cap (C_U B)$;
- (II) 若 $C \subseteq (A \cap B)$ 求实数 a 的取值范围.

18. (12 分) 已知 $\sin \alpha = \frac{\sqrt{5}}{5}$.

- (I) 求 $\cos \alpha$ 的值;
- (II) 求 $\frac{\cos(\frac{\pi}{2} + \alpha) \sin(-\pi - \alpha)}{\cos(\frac{11\pi}{2} - \alpha) \sin(\frac{9\pi}{2} + \alpha)}$ 的值.

19. (12 分) 辽宁号航母纪念章从 2012 年 10 月 5 日起开始上市. 通过市场调查, 得到该纪念章每 1 枚的市场价 y (单位: 元) 与上市时间 x (单位: 天) 的数据如下:

上市时间 x 天	4	10	36
市场价 y 元	90	51	90

已知辽宁号航母纪念章的市场价 y 与上市时间 x 的变化关系是 $f(x) = ax^2 + bx + c$.

(I) 求辽宁号航母纪念章市场价最低时的上市天数及最低的价格;

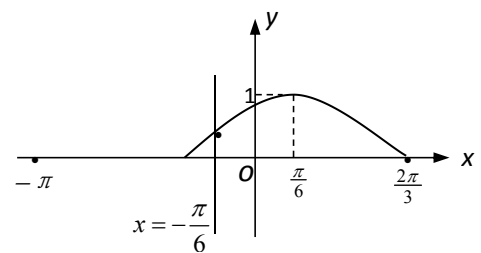
(II) 若对任意实数 k , 关于 x 的方程 $f(x) = kx + 2m + 120$ 在实数集上恒有两个相异的实根, 求实数 m 的取值范围.

20. (12 分) 已知 $f(x) = \sin\left(x - \frac{3}{2}\pi\right) \cdot \sin\left(\frac{5}{2}\pi + x\right) + \cos\left(\frac{3}{2}\pi - x\right) + a (a \in R)$

- (I) 化简函数 $f(x)$ 的表达式;
- (II) 若 $a = 1$, 求 $f(x)$ 的值域;
- (III) 若方程 $f(x) = 0$ 有解, 求 a 的取值范围.

21. (12 分) 已知定义在区间 $[-\pi, \frac{2}{3}\pi]$ 上的函数 $y = f(x)$ 的图像关于直线 $x = -\frac{\pi}{6}$ 对称, 当 $x \in [-\frac{\pi}{6}, \frac{2}{3}\pi]$ 时, 函数 $f(x) = A \sin(\omega x + \varphi)$ ($A > 0, \omega > 0, -\frac{\pi}{2} < \varphi < \frac{\pi}{2}$), 其图像如图所示.

- (I) 求函数 $y = f(x)$ 在 $[-\pi, \frac{2}{3}\pi]$ 的表达式;
- (II) 求方程 $f(x) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ 的解.



22. (12 分) 设 a 是实数, 函数 $f(x) = a\sqrt{1-x^2} + \sqrt{1-x} + \sqrt{1+x}$ 的最大值为 $g(a)$.

- (I) 设 $t = \sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}$, 求 t 的取值范围, 并把 $f(x)$ 表示为 t 的函数 $m(t)$;
- (II) 求 $g(a)$ 的表达式;
- (III) 试求满足 $g(a) = g\left(\frac{1}{a}\right)$ 的所有实数 a .